

باسمه تعالی

| | | | |
|--|------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته: علوم تجربی | ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای) | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۷ | |
| ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ | | سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | مجموعه جواب نامعادله رو به رو را تعیین کرده و به صورت بازه نشان دهید. $\frac{2x-1}{3} \leq 1-x$ | ۱ |
| ۲ | اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد مقادیر a و b و c را طوری بیابید که سهمی محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۲- و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه $A(-1, 1)$ نیز بگذرد. | ۱/۵ |
| ۳ | دامنه تابع $g(x) = \log_x(9 - 4x^2)$ را به دست آورده و آن را به صورت فاصله نمایش دهید. | ۱/۵ |
| ۴ | با توجه به شکل نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل عبارت های زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ | ۰/۷۵ |
| ۵ | اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -3$ باشد حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 3g(x))$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\Delta f(x)}$ را محاسبه کنید. | ۱/۲۵ |
| ۶ | تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & x < -1 \\ 2ax^2 & x > -1 \end{cases}$ مفروض است عدد a را چنان بیابید که تابع در $x = -1$ حد داشته باشد. | ۱/۵ |
| ۷ | حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{1 - 4x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x-5}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2}$ ت) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2 \cos x - 1}{\sin x}$ | ۳/۷۵ |
| ۸ | پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 4} & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$ بررسی نمایید. | ۱/۲۵ |
| ۹ | مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست). الف) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 5}$ ب) $y = \tan 2x + \cos x$ پ) $y = \frac{-3}{\sqrt{x}}$ ت) $y = (2x-1)^2(x^2-x)$ | ۲/۵ |

ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم

باسمه تعالی

| | | | |
|--|--|--|------------------------------------|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح | رشته: علوم تجربی | سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۷ | | سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای) | |
| سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | | ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ | |
| ۱ | متحرکی که بر محور x ها در حرکت است دارای معادله $x = 3t^2 - 4t + 1$ می باشد. t را بر حسب ثانیه و x را بر حسب سانتی متر بگیرید. (الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ و $t = 3$ به دست آورید. (ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t = 2$ به دست آورید. | | ۱۰ |
| ۱/۲۵ | «جهت تقعر» و «نقطه عطف» نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ را مشخص نمایید. | | ۱۱ |
| ۱/۷۵ | نمودار تابع $y = x^2 + x$ را رسم کنید. | | ۱۲ |
| ۱ | معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ را در نقطه بطول $x = -1$ واقع بر منحنی به دست آورید. | | ۱۳ |
| ۲۰ | جمع نمرات | «موفق باشید» | |

باسمه تعالی

| | |
|--|--|
| رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۷ | سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای) |
| سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ |

| راهنمای تصحیح | ردیف |
|--|------|
| $2x - 1 \leq 3 - 3x \Rightarrow 5x \leq 4 \Rightarrow x \leq \frac{4}{5} \quad (./ 5)$ $(./ 25)$ $ج.م = \left(-\infty, \frac{4}{5}\right] \quad (./ 25)$ | ۱ |
| $(0, -2) \in \text{سهمی} \Rightarrow -2 = c \quad (./ 25)$ $\left. \begin{array}{l} (1, 0) \in \text{سهمی} \Rightarrow 0 = a + b - 2 \Rightarrow a + b = 2 \quad (./ 5) \\ (-1, 1) \in \text{سهمی} \Rightarrow 1 = a - b - 2 \Rightarrow a - b = 3 \quad (./ 25) \end{array} \right\} \Rightarrow a = \frac{5}{2}, b = \frac{-1}{2}$ $(./ 25) \quad (./ 25)$ | ۲ |
| $9 - 4x^2 > 0 \quad (./ 25) \Rightarrow x^2 < \frac{9}{4} \Rightarrow \frac{-3}{2} < x < \frac{3}{2} \quad (./ 5)$ $x > 0 \quad (./ 25)$ $x \neq 1 \quad (./ 25)$ $D_g = (0, 1) \cup (1, \frac{3}{2}) \quad (./ 25)$ | ۳ |
| $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 5 - 3(-3) = 14 \quad (./ 75)$ $\sqrt{\Delta \lim_{x \rightarrow 2} f(x)} = \sqrt{\Delta(5)} = 5 \quad (./ 5)$ | ۴ |
| $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax^2 - 2) = -a - 2 \quad (./ 5)$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (2ax^2) = 2a \quad (./ 5)$ $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax^2 - 2) = -a - 2 \quad (./ 5) \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (2ax^2) = 2a \quad (./ 5) \end{array} \right\} \Rightarrow 2a = -a - 2 \Rightarrow a = \frac{-2}{3} \quad (./ 25)$ | ۵ |
| $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax^2 - 2) = -a - 2 \quad (./ 5)$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (2ax^2) = 2a \quad (./ 5)$ $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (ax^2 - 2) = -a - 2 \quad (./ 5) \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (2ax^2) = 2a \quad (./ 5) \end{array} \right\} \Rightarrow 2a = -a - 2 \Rightarrow a = \frac{-2}{3} \quad (./ 25)$ | ۶ |

ادامه در صفحه دوم

باسمه تعالی

| | |
|--|--|
| رشته: علوم تجربی | راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) |
| تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۷ | سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای) |
| سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ |

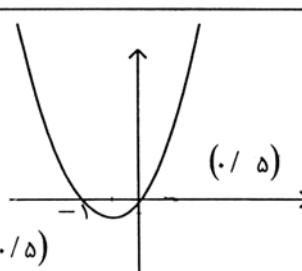
| | |
|---|---|
| $\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 5x + 7}{1 - 4x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2}{-4x} \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{-4} = +\infty \quad (./\ 5)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{\sqrt{3x+1} - 4}{x-5} \times \frac{\sqrt{3x+1} + 4}{\sqrt{3x+1} + 4} \right) \quad (./\ 25) = \frac{3(x-5)}{(x-5)(\sqrt{3x+1} + 4)} \quad (./\ 5) =$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3}{\sqrt{3x+1} + 4} \quad (./\ 25) = \frac{3}{\sqrt{3(5)+1} + 4} = \frac{3}{8} \quad (./\ 25)$ $\text{پ) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{3x^2} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right) \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{3x^2(1 + \cos x)} \quad (./\ 25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \times \frac{1}{3(1 + \cos x)} \right) \quad (./\ 25) = 1 \times \frac{1}{3 \times 2} \quad (./\ 25) = \left(\frac{1}{6} \right)$ $\text{پ) راه دوم} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{3x^2} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{3 \times x} \times \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} = \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{1}{6} \right) \quad (./\ 25)$ $\text{ت) } \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{2 \cos x - 1}{\sin x} = \frac{-3}{+} = -\infty \quad (./\ 25)$ | ۷ |
|---|---|

| | |
|---|---|
| $\left. \begin{aligned} l_1 &= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{0 + 4} = 2 \quad (./\ 25) \\ l_2 &= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x + 2 = 0 + 2 = 2 \quad (./\ 25) \\ f(0) &= \sqrt{0 + 4} = 2 \quad (./\ 25) \end{aligned} \right\} \rightarrow l_1 = l_2 = f(0) \quad (./\ 25)$ <p>\rightarrow پیوسته است $x=0$ در $f(./\ 25)$</p> | ۸ |
|---|---|

| | |
|--|---|
| $\text{الف) } y' = \frac{9x^2 - 4}{2\sqrt{3x^2 - 4x + 5}} \quad (./\ 25)$ $\text{ب) } y' = 2(1 + \tan^2 2x) \quad (./\ 25) - \sin x \quad (./\ 25)$ $\text{پ) } y' = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}(-2)}{(\sqrt{x})^2} \quad (./\ 25)$ $\text{ت) } y' = 2(2)(2x-1)^2(x^2-x) \quad (./\ 5) + (2x-1)(2x-1)^2 \quad (./\ 25)$ | ۹ |
|--|---|

| | |
|---|----|
| $\text{الف) } \text{سرعت متوسط} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8 \quad (./\ 5)$ $\text{ب) } f'(t) = 6t - 4 \rightarrow f'(2) = 8 = V(2) \quad (./\ 25)$ <p style="text-align: center;">ادامه در صفحه سوم</p> | ۱۰ |
|---|----|

باسمه تعالی

| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳) | رشته: علوم تجربی | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|------------------|-------------------|------------|----------------|------------|-----------|------------|-----------|-----|-----------|-----|-----------|-----|-----------|------------------|-------------------|------------|----------------|------------|-----|------------|-----------|
| سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای) | تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۷ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دی ماه سال ۱۳۸۲ | سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | $y' = 3x^2 - 6x + 4 \Rightarrow y'' = 6x - 6 \Rightarrow 6x - 6 = 0 \quad (0/5) \Rightarrow x=1, y=1 \Rightarrow (1,1)$ <p>نقطهٔ عطف (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>$+$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>تغیر به طرف بالا</td> <td>تغیر به طرف پایین</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p> | x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ | y'' | | $-$ | $+$ | y | $-\infty$ | $+$ | $+\infty$ | | | تغیر به طرف بالا | تغیر به طرف پایین | | | | | | |
| x | $-\infty$ | 1 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y'' | | $-$ | $+$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $-\infty$ | $+$ | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | تغیر به طرف بالا | تغیر به طرف پایین | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | $y = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \end{cases} \quad (0/25) \quad D_f = R$ $y' = 2x + 1 \quad \frac{y' = 0}{(0/25)} \quad x = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$-\frac{1}{2}$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>0</td> <td>\searrow</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>\nearrow</td> <td>0</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p>  <p>(۰/۵)</p> | x | $-\infty$ | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $+\infty$ | y' | | $-$ | $-$ | 0 | $+$ | y | $+\infty$ | \searrow | 0 | \searrow | $-\frac{1}{4}$ | \nearrow | 0 | \nearrow | $+\infty$ |
| x | $-\infty$ | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y' | | $-$ | $-$ | 0 | $+$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| y | $+\infty$ | \searrow | 0 | \searrow | $-\frac{1}{4}$ | \nearrow | 0 | \nearrow | $+\infty$ | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | $y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} \quad (0/25) \Rightarrow y'(-1) = 1 = m \quad (0/25)$ $y(-1) = 1 \quad (0/25)$ $y - 1 = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 2 \quad (0/25)$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>مصححین محترم، با عرض سلام و خسته نباشید</p> <p>لطفاً برای روش های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید. با تشکر</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |